

Механический смысл второй производной.

Теория

Если функция $y = f(x)$ имеет производную в каждой точке x своей области определения, то ее производная $f'(x)$ есть функция от x . Функция $y = f'(x)$, в свою очередь, может иметь производную, которую называют **производной второго порядка** функции $y = f(x)$ (или **второй производной**) и обозначают символом $f''(x)$. Таким образом

$$f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x) - f'(x_0)}{x - x_0} = (f'(x))'$$

Механический смысл второй производной

Теорема. Если точка движется прямолинейно и задан закон ее движения $s = f(t)$, то ускорение точки равно второй производной от пути по времени:

$$a(t) = s''(t)$$

Замечание. Ускорение материального тела равно первой производной от скорости, то есть:

$$a(t) = v'(t)$$

Пример

Задание. Материальная точка движется по закону $s(t) = 2t^3 + 3t$, где s измеряется в метрах, а t - в секундах. Найти значение t , при котором ускорение точки равно 12.

Решение. Найдем ускорение материальной точки:

$$\begin{aligned} a(t) = s''(t) &= (2t^3 + 3t)'' = ((2t^3 + 3t)')' = ((2t^3)' + (3t)')' = \\ &= (2 \cdot 3t^2 + 3 \cdot 1)' = (6t^2 + 3)' = (6t^2)' + (3)' = \\ &= 6 \cdot (t^2)' + 0 = 6 \cdot 2t = 12t \end{aligned}$$

Искомое время t найдем из уравнения:

$$a(t) = 12 \Rightarrow 12t = 12 \Rightarrow t = 1\text{с}$$

Ответ. $t = 1\text{с}$

ЗАДАНИЕ

1. Точка движется по закону $x(t) = 2t^3 - 3t$. Чему равно ускорение в момент времени 1 с?
2. Скорость тела выражается формулой $v(t) = 2,5 + 0,2t^5$. Найти ускорение тела через 20 с после начала движения.
3. Скорость тела выражается формулой $v(t) = 3t^2 - 8t$. Найти ускорение тела через 2 секунды от начала движения.
4. Точка движется по закону $x(t) = \frac{5}{3}t^3 - 2t^2 + 3t + 1$. В какой момент времени ее ускорение будет равно нулю?
5. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 - 3t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 5\text{с}$.