Перестановки

Теория

Пусть задано конечное множество элементов. Выясним, сколькими различными способами можно упорядочить элементы этого множества.

Задача. Сколькими способами можно поставить рядом на полке 4 различные книги?
Решение. На первое место можно поставить любую из четырех книг, на второе – любую из трех оставшихся, на третье - любую из двух оставшихся и на четвертое место – последнюю оставшуюся книгу. Применяя последовательно правило произведения, получим: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.
Ответ. Книги можно поставить 24 способами.

В этой задаче фактически было найдено число всевозможных соединений из 4 элементов, которые отличались одно от другого порядком расположения этих элементов.

Определение. Группы элементов, состоящие из одних и тех же элементов и отличающиеся друг от друга только их порядком, называются ***перестановками*** *этих элементов.*

Число всевозможных перестановок n элементов обозначается P_n. Как это будет ниже показано, оно равно произведению всех натуральных чисел от 1 до n. Для краткости это произведение обозначают символом $n!$ (читается "эн факториал"), т. е.

$$n! \stackrel{\text{def}}{=} 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n.$$

Для удобства полагают

$$0! = 1.$$

Число всевозможных перестановок из n элементов равно $n!$:

$$P_n = n!.$$

Задача. Сколькими способами можно рассадить 5 человек за столом?

Решение: используем формулу количества перестановок: $P_5 = 5! = 120$

Ответ: 120 способами.

ЗАДАНИЕ

1. Найти значение: 1) P_5; 2) P_7; 3) P_9; 4) P_8

2. Сколькими способами можно рассадить четверых детей на четырех стульях в столовой детского сада?

3. Сколько различных пятизначных чисел, не содержащих одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы:
1) последней была цифра 3;
2) первой была цифра 2, а последней – цифра 4.

4. Упростить выражение (буквами n и m обозначены натуральные числа)

$$\frac{P_{n+2}}{P_{n+1}}$$

5. Решить уравнение относительно n.

$$\frac{P_n}{P_{n+1}} = \frac{1}{4}$$