Задание 1

«Вычисление площадей плоских фигур»

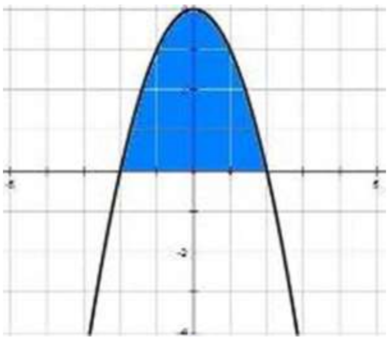
Теоретический материал

Определение: Фигура, ограниченная снизу отрезком [a, b] оси Ox ,сверху графиком непрерывной функции y= f(x), принимающей положительные значения , а с боков отрезками прямых x = a, x =b называется криволинейной трапецией.

$$S = \int_a^b f(x)dx = F(x)|\,_a^b = F(b) - F(a).$$

Образец решения:

Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$ и $y=0$



Решение:

1. $y = 4 - x^2$- квадратичная функция, график – парабола, ветви направлены вниз, вершина (0;4)
$y = 0$ - ось абсцисс.

2. Найдём точки пересечения параболы с осью X: $x^2 - 4 = 0$;

$x^2 = 4, \quad x = 2, \quad x = -2.$

3. Найдём площадь криволинейной трапеции по формуле:

$$S = \int_{-2}^{2} (4 - x^2)dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{2} = \left(4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3}\right) - \left(4 \cdot (-2) - \frac{(-2)^3}{3}\right) =$$

$$= 8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = 16 - \frac{16}{3} = 16 - 5\frac{1}{3} = 10\frac{2}{3} \text{ (ед.}^2\text{)}$$

ЗАДАНИЕ

1. **Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:**

1.1 $f(x) = 16 - x^2, \quad f(x) = 0.$

1.2. $f(x) = 1 + x^2, \quad y = 2.$

1.3. $f(x) = (x - 1)^2, \quad y = 0, \quad x = 3.$

1.4. $f(x) = 5cosx, \quad f(x) = 3cosx.$

1.5. $f(x) = x^2 + 2, \quad f(x) = 3x + 2.$